CHAPITRE EM5

Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide

Rappel
Une onde progressive est un phénomène physique dans lequel une perturbation locale se déplace dans l'espace sans qu'il y ait déplacement de matière en moyenne.

I - Ondes électromagnétiques progressives dans le vide

Définition (Laplacien vectoriel)

Pour un champ de vecteur $\overrightarrow{A}$, on définit le laplacien vectoriel $\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{A}$:

$$\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{A} = \Delta A_x \overrightarrow{u_x} + \Delta A_y \overrightarrow{u_y} + \Delta A_z \overrightarrow{u_z}$$

Formule du double rotationnel

Equations de Maxwell dans le vide

I.A - Equation de propagation

Définition (Equation de propagation)

On appelle équation de propagation une équation aux dérivées partielles liant la dépendance de la grandeur se propageant en temps et en espace.

Equation de d'Alembert

Démonstration

Remarques

- On peut vérifier par analyse dimensionnelle que $\varepsilon_0\mu_0$ est homogène à l'inverse d'une vitesse au carré :
- C'est une équation très générale qu'on retrouve dans tous les domaines de la physique où il y a propagation d'ondes progressives
- C'est équation est linéaire : on peut donc lui appliquer le théorème de superposition et utiliser les complexes.

I.B - Ondes planes progressives harmoniques

UNE des variétés de solutions de l'équation de d'Alembert est la structure d'onde plane progressive.

Définition (Onde plane)

Remarque
L'équation de d'Alembert devient

$$\frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = 0$$

Et si on projette :

Définition (Onde plane progressive)

Une onde plane est dite progressive si elle se propage dans un sens déterminé, sans étalement ni déformation.
On peut alors l'exprimer

$$s(x,t) = f(x-ct) = F\left(t - \frac{x}{c}\right) \text{ (sens des } x \text{ croissants)}$$

$$s(x,t) = g(x+ct) = G\left(t + \frac{x}{c}\right) \text{ (sens des } x \text{ décroissants)}$$

On appelle $x - ct$ ou $x + ct$ la variable mixte.

Solution générale de l'équation de d'Alembert scalaire en 1D

La solution générale de l'équation de d'Alembert scalaire à 1D

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

s'écrit sous la forme d'une combinaison linéaire d'ondes planes progressives de sens opposés :

$$s(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$$

Remarque
$s(x,t)$ n'est PAS nécessairement une OPP, bien qu'elle puisse s'écrire comme la somme de deux OPP.

Définition (Onde plane progressive harmonique (OPPH))

Une onde plane progressive est dite harmonique (ou monochromatique ou sinusoïdale) si elle a une dépendance sinusoïdale en sa variable mixte.

$$s(x,t) = S_0 \cos(k(x \pm ct) + \varphi) = S_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi)$$

Remarque
L'OPPH n'a pas de réalité physique, ayant une extension infini. C'est un modèle !

Rappel
Une OPPH a donc une double périodicité :

Relation de dispersion

Les pulsations spatiale et temporelle d'une OPPH sont reliées par la relation de dispersion

$$\omega = kc$$

Remarque
Cette relation n'est vrai que pour les ondes solutions de l'équation de d'Alembert. Si l'équation de propagation change, la relation de dispersion change également.

Application
On considère un champ électrique OPPH $\overrightarrow{E}(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$.
Ce champ satisfait donc l'équation de d'Alembert. Retrouvez l'équation de propagation.

Représentation complexe d'une OPPH

Et si l'onde ne se propage pas selon l'un des axes du repère, mais selon un vecteur $\overrightarrow{u}$ quelconque ?

Définition (Vecteur d'onde)

On appelle vecteur d'onde d'une OPPH le vecteur de norme $\dfrac{2\pi}{\lambda}$ et de même direction et sens que la propagation de l'onde :

$$\overrightarrow{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\overrightarrow{u}$$

Remarque

Bilan : on a donc généralement pour un champ $\overrightarrow{E}$ OPPH :

I.C - Relation de structure

Opérateurs vectoriels en complexes

Démonstration

Equations de Maxwell en complexe pour une OPPH

Relation de structure

Remarques

- ▷ $\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ forment donc un trièdre direct
- ▷ On a donc $||\overrightarrow{B}|| = \dfrac{||\overrightarrow{E}||}{c}$

I.D - Propagation de l'énergie

Densité volumique d'énergie électromagnétique pour une OPPH

Dans le cas d'une OPPH, la densité volumique d'énergie électromagnétique w_{em} est équirépartie entre les formes électrique et magnétique et

Démonstration

Vecteur de Poynting pour une OPPH

Démonstration

Remarque
$\overrightarrow{\Pi}$ est colinéaire à $\overrightarrow{u}$: l'OPPH transporte l'énergie dans la direction et le sens de sa propagation.

Remarque

II - Polarisation des ondes électromagnétiques

II.A - Polarisation des OPPH électromagnétiques

Définition (Polarisation)

Remarque

Définition (Onde non polarisée)

Une onde est dite non polarisée si sa direction de polarisation varie aléatoirement et rapidement.
Le caractère vectoriel est alors masqué, c'est ce qui amène au modèle de la grandeur scalaire vu en OO1.

Définition (Onde polarisée rectilignement)

Une onde est dite polarisée rectilignement si la direction de polarisation est fixe.

A quoi ressemble alors les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$?

Remarque

- ▷ En pratique, la polarisation rectiligne est peu fréquente, mais bien pratique pour les calculs !
- ▷ Il existe d'autres types de polarisation hors programme : la polarisation circulaire (gauche et droite), la polarisation elliptique. Dans ces cas, la direction de polarisation tourne autour de la direction de propagation.

II.B - Polariseur

Définition (Polariseur)

Application

Dans chaque cas suivant, donner la direction de propagation, la direction de polarisation et le vecteur $\overrightarrow{B}$.

1. $\overrightarrow{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$
2. $\overrightarrow{E} = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \left(\frac{\overrightarrow{u_x}}{\sqrt{2}} + \frac{\overrightarrow{u_y}}{\sqrt{2}} \right)$
3. $\overrightarrow{E} = -E_0 \exp\left(-\frac{(x+ct)^2}{a^2} \right) \overrightarrow{u_z}$